

## МАГИЧЕСКИЕ КВАДРАТЫ

Магический, или волшебный квадрат — это квадратная таблица, заполненная числами таким образом, что сумма чисел в каждой строке, каждом столбце и на обеих диагоналях одинакова.

Сумма чисел в каждой строке, столбце и на диагоналях, называется магической константой, М.

Наименьшая магическая константа волшебного квадрата 3x3 равна 15, квадрата 4x4 равна 34, квадрата 5x5 равна 65,

Если в квадрате равны суммы чисел только в строках и столбцах, то он называется полумагическим.

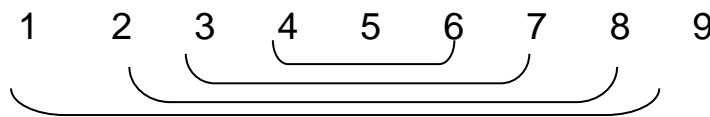
### Построение волшебного квадрата 3 x 3 с наименьшей магической константой

Найдём наименьшую магическую константу волшебного квадрата 3x3 и числа, расположенного посередине этого квадрата.

#### 1 способ

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = (1+9) + (2+8) + (3+7) + (4+6) + 5 = 45$$

$$45 : 3 = 15$$



$$M = 15.$$

Число, записанное посередине  $15 : 3 = 5$

Определили, что посередине, записано число 5.

#### 2 способ

Можно рассчитать магическую константу по формуле, где  $n$  – число строк

$$\frac{n(n^2 + 1)}{2}$$

$$n = 3 \quad \frac{n(n^2 + 1)}{2} = \frac{3(9 + 1)}{2} = 15$$

Если можешь построить один магический квадрат, то нетрудно построить их любое количество. Поэтому запомним приёмы построения магического квадрата 3x3 с константой 15.

**1 способ** построения. Расставь сначала по углам чётные числа 2,4,8,6 и посередине 5. Остальной процесс простая арифметика

2		4
	5	
6		8

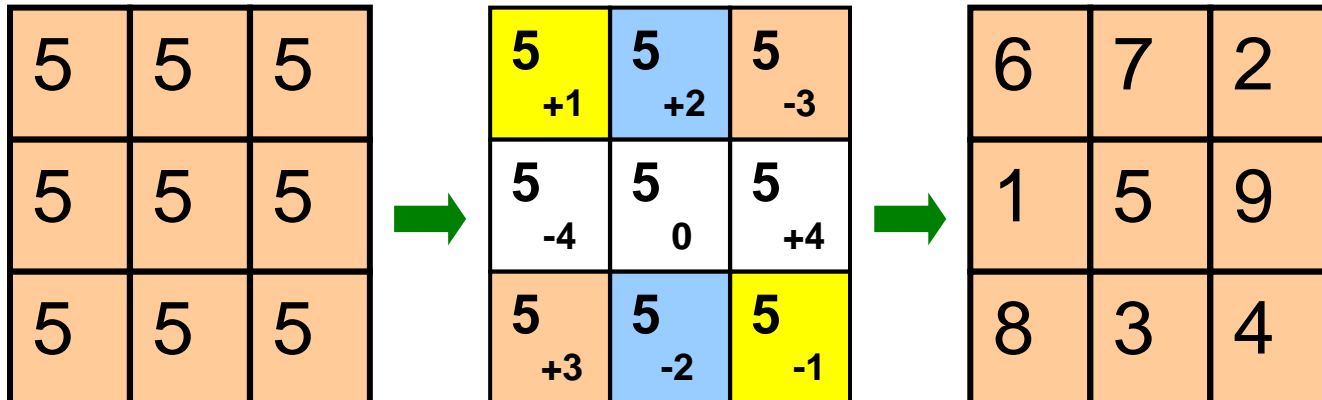
2	9	4
	5	
6	1	8

2	9	4
7	5	3
6	1	8

$$15 - 6 = 9; \quad 15 - 14 = 1$$

$$15 - 8 = 7; \quad 15 - 12 = 3$$

## 2 способ решения



Используя найденный волшебный квадрат с константой 15, можно задавать множество разноплановых заданий:

**Пример.** Построить новые различные волшебные квадраты 3 x 3

**Решение.**

Сложив каждое число волшебного квадрата, или умножив его на одно и тоже число, получим новый волшебный квадрат.

**Пример 1.** Построить магический квадрат 3 x 3, у которого число, расположенное посередине, равно 13.

**Решение.**

Построим знакомый волшебный квадрат с константой 15.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Найдём число, которое находится в середине искомого квадрата  
 $13 - 5 = 8$ .

К каждому числу волшебного квадрата прибавим по 8.

10	17	12
15	13	11
14	9	16

**Пример 2.** Заполнить клетки волшебных квадратов, зная магическую константу.

$$M = 42$$

**Решение.** Найдём число, записанное посередине  $42 : 3 = 14$

	14	
13		20

8		
	14	
16		20

$$42 - 34 = 8,$$

8		12
	14	
16		20

$$42 - 30 = 12$$

8	22	12
	14	
16	6	20

$$42 - 20 = 22, 42 - 36 = 6$$

8	22	12
18	14	10
16	6	20

$$42 - 24 = 18, 42 - 32 = 10$$

## задания для самостоятельного решения

Примеры. 1. Заполнить клетки волшебных квадратов с магической константой  $M = 15$ .

1)

4		
	5	1
2		6

2)

		6
	5	7
4		2

3)

		2
1	5	9
8		

2. Найди магическую константу волшебных квадратов.

1)

10	9	14
15	11	7
8	13	12

2)

10	3	8
5	7	9
6	11	4

3)

15	16	11
10	14	18
17	12	13

3. Заполнить клетки волшебных квадратов, зная магическую константу

1)

5		7
	4	11

$M = 24$

2)

	12	
6		
	8	

$M = 30$

3)

6		8
		12

$M = 27$

**4. Построить волшебный квадрат 3x3, зная, что магическая константа равна 21.**

**Решение.** Вспомним, как строится волшебный 3x3 квадрат по наименьшей константе 15. По крайним полям записываются чётные числа 2, 4, 6, 8, а в середине число 5 (15:3).

2		4
	5	
6		8

По условию надо построить квадрат по магической константе 21. В центре искомого квадрата должно быть число 7 (21:3). Найдём, насколько больше каждый член искомого квадрата каждого члена с наименьшей магической константой  $7 - 5 = 2$ . Строим искомый волшебный квадрат:

4		6
	7	
8		10

$$21 - (4 + 6) = 11$$

$$21 - (6 + 10) = 5$$

$$21 - (8 + 10) = 3$$

$$21 - (4 + 8) = 9$$

4	11	6
9	7	5
8	3	10

**4. Построить волшебные квадраты 3x3, зная их магические константы**


**M = 42**


**M = 36**


**M = 33**


**M = 45**


**M = 40**


**M = 35**

## Построение волшебного квадрата 4 x 4 с наименьшей магической константой

Найдём наименьшую магическую константу волшебного квадрата 4x4 и числа, расположенного посередине этого квадрата.

### 1 способ

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 =$$

$$(1+16)+(2+15)+(3+14)+(4+13)+(5+12)+(6+11)+(7+10)+(8+9) = 17 \times 8 = 136$$

$$136 : 4 = 34.$$

### 2 способ

Можно рассчитать магическую константу по формуле,  
где  $n$  – число строк  $n = 4$ .

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

$$\frac{n(n^2 + 1)}{2} = \frac{4(16 + 1)}{2} = 34.$$

Сумма чисел на любой горизонтали, вертикали и диагонали равна 34. Эта сумма также встречается во всех угловых квадратах  $2 \times 2$ , в центральном квадрате  $(10+11+6+7)$ , в квадрате из угловых клеток  $(16+13+4+1)$ .

Для построения любых волшебных квадратов 4x4 надо: построить один с константой 34.

**Пример.** Построить новые различные волшебные квадраты 4 x 4.

#### Решение.

Сложив каждое число найденного волшебного квадрата 4 x 4 или умножив его на одно и тоже число, получим новый волшебный квадрат.

**Пример.** Построить магический квадрат 4 x 4, у которого магическая константа равна 46.

**Решение.** Построили знакомый волшебный квадрат с константой 34.

$$46 - 34 = 12. \quad 12 : 4 = 3$$

К каждому числу волшебного квадрата прибавим по 3.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

19	6	5	16
8	13	14	11
12	9	10	15
7	18	17	4

Прежде чем приступить к решению более сложных примеров на волшебных квадратах 4 x 4 ещё раз проверь свойства, которыми он обладает, если M=34.

16 а	3 б	2 в	13 г
5 д	10 е	11 и	8 к
9 л	6 м	7 н	12 о
4 п	15 р	14 с	1 т

- Сумма чисел на любой горизонтали, вертикали и диагонали равна 34.  
 $a+b+v+g, a+d+l+p, a+e+n+t$
- Эта сумма также встречается во всех угловых квадратах 2x2,  
 $a+b+d+e, v+g+i+k, л+m+p+r, н+o+c+t$
- в центральном квадрате (10+11+6+7),  
 $e+i+m+n$
- в квадрате из угловых клеток (16+13+4+1)  
 $a+г+p+t$

**Примеры. 1.** Заполнить клетки волшебного квадрата с магической константой M =38.

17 а	б	в	г
д	е	12 и	к
10 л	7 м	н	13 о
п	16 р	с	т

$$н = 38 - (10 + 7 + 13) = 8$$

$$е = 38 - (12 + 7 + 8) = 11$$

$$б = 38 - (11 + 7 + 16) = 4$$

свойство 1,3,1

17 а	4 б	в	г
д	11 е	12 и	к
10 л	7 м	8 н	13 о
п	16 р	с	т

$$д = 38 - (17 + 4 + 11) = 6$$

$$п = 38 - (17 + 6 + 10) = 5$$

$$г = 38 - (5 + 7 + 12) = 14$$

свойства 2,1,1

17 а	4 б	в	14 г
6 д	11 е	12 и	к
10 л	7 м	8 н	13 о
5 п	16 р	с	т

$$в = 38 - (17 + 4 + 14) = 3$$

$$с = 38 - (3 + 12 + 8) = 15$$

$$к = 38 - (6 + 11 + 12) = 9$$

$$т = 38 - (14 + 9 + 13) = 2$$

свойства 1,1,1,1

**Ответ.**

17 а	4 б	3 в	14 г
6 д	11 е	12 и	9 к
10 л	7 м	8 н	13 о
5 п	16 р	15 с	2 т

### Задания для самостоятельного решения

Заполнить клетки волшебного квадрата с если известна магическая константа

19			16
а	б	в	г
			11
д	е	и	к
	9	10	
л	м	н	о
7			
п	р	с	т

K = 46

а	б	в	г
11			
д	е	и	к
15		13	
л	м	н	о
	21	20	7
п	р	с	т

K = 58

		9	20
а	б	в	г
д	е	и	к
16	13		19
л	м	н	о
		21	
п	р	с	т

K = 62

Познакомься с волшебными квадратами 5x5 и 6x6

1	15	24	8	17
9	18	2	11	25
12	21	10	19	3
20	4	13	22	6
23	7	16	5	14

n = 5,

$$M = \frac{n(n^2 + 1)}{2} = \frac{5(25 + 1)}{2} = 65.$$

M = 65

27	29	2	4	13	36
9	11	20	22	31	18
32	25	7	3	21	23
14	16	34	30	12	5
28	6	15	17	26	19
1	24	33	35	8	10

n = 6,

$$M = \frac{n(n^2 + 1)}{2} = \frac{6(36 + 1)}{2} = 111.$$

M = 111